

ОТГОВОРИ
НА ЗАДАЧИТЕ ОТ ТЕМАТА ЗА IX КЛАС

Задача 7. Отг. 126. Общата сума, заплатена от учениците в трите класа, е

$$n(m-1) + (n-2)(m+1) + (n+3)(m-2) = 114, \text{ като } 2 < n < 22 \text{ (1 точка)}.$$

Уравнението е Диофантово, еквивалентно е на $3mn - 2n + m = 122$ и можем да използваме факторизация по метода, описан в сп. Математика плюс, брой 3, 2025 г., стр. 26 – 31. За целта умножаваме двете страни на равенството по 3 и получаваме:

$$9nm - 6n + 3m = 366$$

$$3n(3m-2) + 3m - 2 = 366 - 2$$

$$(3m-2)(3n+1) = 364 = 2^2 \cdot 7 \cdot 13 \text{ (5 точки)}.$$

Тъй като $3n+1 > 3 \cdot 2 + 1 = 7$ и $3n+1 < 3 \cdot 22 + 1 = 67$, за $3n+1$ има 5 възможности, които се оценяват общо с (2 точки). Те са:

$$3n+1 = 13,$$

$$3n+1 = 7 \cdot 2 = 14,$$

$$3n+1 = 13 \cdot 2 = 26,$$

$$3n+1 = 7 \cdot 4 = 28$$

$$\text{или } 3n+1 = 13 \cdot 4 = 52.$$

Попълваме следната таблица:

$3n+1$	13	14	26	28	52
$3m-2$	28	26	14	13	7
n	4	–	–	9	17
m	10	–	–	5	3
$(n-2)(m+1)$	22	–	–	42	60

Получаването на данните от таблицата се оценява с (1 точка) (самото попълване на таблицата не е задължително). За довършване на задачата, т.е. за направен извод, че възможно най-голямата сума, заплатена от учениците от IX^б клас, се получава при $(n-2)(m+1) = 60$ и че тя е равна на $60 \cdot 0,73 = 60 \cdot 2,10 = 126$ евро, се оценява с (1 точка).

ОТГОВОРИ

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	D	C	A	D	C	10	126